

Fluid-Struktur-Kopplung in elasto-hydrodynamischen Gleitlagern

Andreas Krinner¹, Thorsten Schindler¹, Daniel J. Rixen¹

¹ Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, Technische Universität München, 85748 Garching, Deutschland,
andreas.krinner@tum.de, thorsten.schindler@mytum.de, rixen@tum.de

Kurzfassung

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der effizienten numerischen Behandlung von Systemen mit elasto-hydrodynamischen (EHD) Gleitlagern. Es wird ein Gleitlagermodell basierend auf der Reynoldsgleichung vorgestellt und es werden konservative und konsistente Kopplungsmethoden zwischen Druck und elastischer Verschiebung bei nicht konformer Finite Elemente (FE) Diskretisierung untersucht. Es wird gezeigt, dass der Fehler, der aufgrund unterschiedlicher Diskretisierung von Fluid und Struktur entsteht, durch die Wahl einer geeigneten Kopplungsmethode minimiert werden kann. Weiterhin wird an einem Beispiel demonstriert, dass während der Zeitintegration zum Auffinden der Gleichgewichtslage zwischen Fluid und Struktur in jedem Zeitschritt ein Quasi-Newton Verfahren verwendet werden kann. Dadurch lässt sich die Anzahl der Aufrufe des Gleitlager-Kraftelements im Vergleich zu einem herkömmliche Newton-Raphson Verfahren erheblich reduzieren. Die beschriebenen Modelle und Methoden sind für jedes beliebige System mit elastischer Lagerschale anwendbar. Als Anwendungsbeispiele dienen ein Modell eines starren Rotors mit Unwucht und ein Modell eines Schubkurbelmechanismus mit elastischem Pleuel, wie er in einem Verbrennungsmotor zum Einsatz kommt.

1 Einleitung

Drehgelenke sind Bestandteil vieler technischer Systeme wie zum Beispiel Verbrennungsmotoren oder Rotoren. Ihre nicht ideale Beschaffenheit beeinflusst deren dynamisches Verhalten und kann zu Reibverlusten und Vibrationen führen. Eine Gruppe spielbehafteter Drehgelenke sind hydrodynamische Gleitlager. Für die Berechnung der Fluidkräfte werden oft reduzierte Gleitlagermodelle verwendet, die für Aussagen zum globalen Systemverhalten ausreichen. Sind jedoch detailliertere Aussagen zum Druck im Gleitlager, zu Reibeffekten oder zur elastischen Deformation der umgebenden Lagerschale von Interesse, sind genauere Modelle notwendig; die höhere Genauigkeit erfordert dann jedoch auch einen höheren Simulationsaufwand.

In der Literatur existiert eine Vielzahl an elasto-hydrodynamischen Gleitlagermodellen für dynamische Systeme [1], [3], [5], [9], [11]. In der Regel sind Fluid und Struktur konform vernetzt [1] [3] [11], was bei nicht regelmäßig vernetzten Strukturen mit Nachteilen verbunden sein kann, wenn das Fluidnetz an das Strukturnetz angepasst und dabei u. U. unnötig fein vernetzt werden muss. Deshalb fokussiert dieser Beitrag zum einen auf eine effiziente Kopplung bei nicht konformen Fluid- und Strukturgittern.

Zum anderen wird in diesem Beitrag auf implizite Zeitintegrationsverfahren eingegangen: Es wird ein Quasi-Newton Verfahren vorgestellt, mit welchem die Anzahl der Aufrufe des Gleitlager-Kraftelements erheblich reduziert wird. Denn für die Zeitintegration von Systemen mit EHD-Gleitlagern kommen neben klassischen expliziten Verfahren auch voll- und semiimplizite Verfahren zum Einsatz, welche mit einem Newton-Raphson Verfahren gelöst werden [11]. Das Berechnen der dafür benötigten Jakobimatrix bei vielen elastischen Freiheitsgraden kann jedoch sehr aufwendig werden. Als Abhilfe dienen Quasi-Newton Verfahren.

Im ersten Abschnitt wird zunächst das EHD-Gleitlagermodell vorgestellt. Die Druckberechnung erfolgt mittels der Reynoldsgleichung, in der als Eingangsgrößen alle Lage- und Geschwindigkeitsgrößen Berücksichtigung finden, inklusive derer aufgrund der elastischen Deformation. Die numerische Lösung wird aus einer FE Diskretisierung berechnet. Für die Kopplung zwischen Struktur und Fluid bei nicht konformen FE-Netzen werden im dritten Abschnitt ein konsistenter und ein konservativer Ansatz vorgestellt. Im vierten Abschnitt wird auf die Zeitintegration von Systemen mit EHD-Gleitlagern eingegangen. Es wird ein Quasi-Newton Verfahren für die Kopplung zwischen Fluid und Struktur im Gleitlager angewendet, wie es bei DeGroote et al. [4] für die allgemeine Fluid-Struktur-Interaktion vorgestellt wird. Dieses Verfahren wird später mit einem herkömmlichen Newton-Raphson Verfahren verglichen. Im fünften Abschnitt werden die Kopplungsmethoden und die Zeitintegration an zwei Simulationsmodellen untersucht. Für ein Modell eines starren Rotors mit Unwucht werden die Kopplungsmethoden anhand

einer Fehlerberechnung für den maximalen Druck im Schmierpalt miteinander verglichen. Die Anwendbarkeit des EHD-Modells wird anschließend am Beispiel einer Schubkurbel mit elastischem Pleuel gezeigt, indem das EHD-Modell in die kommerzielle Mehrkörpersoftware Simpack implementiert wird. Schließlich folgt eine Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse.

2 Modellierung Fluid mit Reynoldsgleichung

In diesem Abschnitt wird zunächst aus der allgemeinen Form der Reynoldsgleichung eine Formulierung für Mehrkörpersysteme mit einer elastischen Lagerschale abgeleitet, in der Terme höherer Ordnung bezüglich des Schmierpaltess h vernachlässigt werden. Die so erhaltene partielle Differentialgleichung für den Druck p wird mit Hilfe einer FE Diskretisierung gelöst.

Die Reynoldsgleichung lässt sich unter Vernachlässigung von Trägheiten aus den Navier-Stokes Gleichungen ableiten, indem die differentielle Massenbilanz über die Höhe des Schmierpaltess integriert wird. Abbildung 1 zeigt die geometrischen und kinematischen Zusammenhänge im Schmierpalt eines zylinderförmigen Gleitlagers bei einer um die Exzentrizität $\underline{e} = (e_x \ e_y)^T$ ausgelenkten Welle. Dabei ist $h(\varphi, z)$ die Höhe des Schmierpaltess, $h_2(\varphi, z)$ der Radius der deformierten Lagerschale. Für $h \ll h_2$ kann die Reynoldsgleichung in der undeformiert abgewickelten Lagerschale (Radius R_2) formuliert werden. In der dann abgewickelten y_φ - z -Ebene werden zur Berechnung an jeder Stelle $y_\varphi = R_2\varphi$ neben der Schmierpalthöhe $h(y_\varphi, z)$ auch die absoluten Geschwindigkeiten $u(y_\varphi, z), v(y_\varphi, z)$ von Welle und Schale in radialer bzw. tangentialer Richtung benötigt (Abbildung 1 Mitte). Die allgemeine Form der Reynoldsgleichung lautet nach [8] unter Vernachlässigung von Geschwindigkeiten der Struktur in z -Richtung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) &= 6 \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho h (v_1 + v_2) \right] + 12 \frac{\partial h \rho}{\partial t} = \\ &= 6 \rho h \frac{\partial (v_1 + v_2)}{\partial y} + 6 \rho (v_1 + v_2) \frac{\partial h}{\partial y} + 12 \rho \left[u_2 - v_2 \frac{\partial h_2}{\partial y} - u_1 + v_1 \frac{\partial h_1}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

Darin werden die Dichte ρ und die dynamische Viskosität η des Fluids als konstant angenommen¹. Wird der Zusammenhang $h_1 = h_2 - h$ bzw. $\frac{\partial h_1}{\partial y} = \frac{\partial h_2}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y}$ für die Höhe verwendet und in Gl. (1) eingesetzt, ergibt sich folgende Form:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \rho h \frac{\partial (v_1 + v_2)}{\partial y} + 6 \rho (v_2 - v_1) \frac{\partial h}{\partial y} + 12 \rho \left[(u_2 - u_1) - (v_2 - v_1) \frac{\partial h_2}{\partial y} \right] \quad (2)$$

Für die Höhe des Schmierpaltess und die Geschwindigkeiten können aus Abbildung 1 geometrische und kinematische Zusammenhänge in Abhängigkeit des Winkels φ abgeleitet werden. Dabei wird die Achse der Welle als starr angenommen. Die radialen und tangentialen Geschwindigkeiten ergeben sich aufgrund der Translation $\dot{\underline{e}}$ der Welle relativ zur Schale und der Rotationen ω_1 der Welle und ω_2 der Lagerschale. Es ergibt sich mit dem Hilfswinkel α :

$$e_r = \cos(\varphi)e_x + \sin(\varphi)e_y, \quad (3)$$

$$e_t = -\sin(\varphi)e_x + \cos(\varphi)e_y \quad (4)$$

$$h = h_2 - e_r - R_1 \cos(\alpha), \quad h_2 = R_2 + \Delta h \quad (5)$$

$$(v_2 - v_1) = \sin(\varphi)\dot{e}_x - \cos(\varphi)\dot{e}_y + \Delta v_2 + \omega_2 h_2 - \omega_1 R_1 \cos(\alpha) \quad (6)$$

$$(u_2 - u_1) = \underbrace{-\cos(\varphi)\dot{e}_x - \sin(\varphi)\dot{e}_y + \Delta u_2}_{(\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1)} - \omega_1 R_1 \sin(\alpha) \quad (7)$$

¹Bei sehr hohen Drücken können die Druckabhängigkeit der Fluidparameter und thermale Effekte in Fluid und Struktur die Druckverteilung beeinflussen, weshalb dann die Gültigkeit dieser Annahme überprüft werden muss

Die Größen Δh , Δv_2 und Δu_2 sind auf die elastische Verformung der Lagerschale zurückzuführen. Weiterhin gelten für $h \ll R_2$ folgende Zusammenhänge bzw. Näherungen 1. Ordnung für den Winkel α :

$$\tan(\alpha) = \frac{\partial h_1}{\partial y} = \frac{\partial h_2}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y} \quad (8)$$

$$\cos(\alpha) = 1 + \mathcal{O}(h^2) \quad (9)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\partial h_1}{\partial y} + \mathcal{O}(h^3) = \frac{\partial h_2}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y} + \mathcal{O}(h^3) \quad (10)$$

Größen 1. Ordnung $\mathcal{O}(h)$ sind e_x , e_y , \dot{e}_x , \dot{e}_y , Δh , Δv_2 und Δu_2 . Werden Gl. (3) bis (10) in Gl. (2) eingesetzt und alle Terme $\mathcal{O}(h^2)$ und höher vernachlässigt, ergibt sich schließlich die Reynoldsgleichung erster Ordnung in h :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\rho(\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1) \frac{\partial h}{\partial y} + 12\rho(\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1) - 12\rho\omega_2 R_2 \frac{\partial \Delta h}{\partial y} \quad (11)$$

Gl. (11) wird als Basis für die Finite Elemente Diskretisierung verwendet. Aus dieser wird schließlich ein lineares Gleichungssystem für den unbekanntem Druck \underline{p} erhalten:

$$\underline{A} \underline{p} = \underline{b} \quad (12)$$

$$\underline{0} \leq \underline{p} \perp (\underline{b} - \underline{A} \underline{p}) \geq \underline{0} \quad (13)$$

Um sicherzustellen, dass im Ölfilm keine unnatürlichen, negativen Drücke auftreten, wird die Reynoldsrandbedingung verwendet. Diese stellt sicher, dass im Kavitationsgebiet der Druck zu 0 wird und an der Kavitationsgrenze der Druckgradient verschwindet. Dieses Komplementaritätsproblem ist in Gl. (13) formuliert und wird mit Hilfe des Murty-Algorithmus nach Goenka gelöst [7].

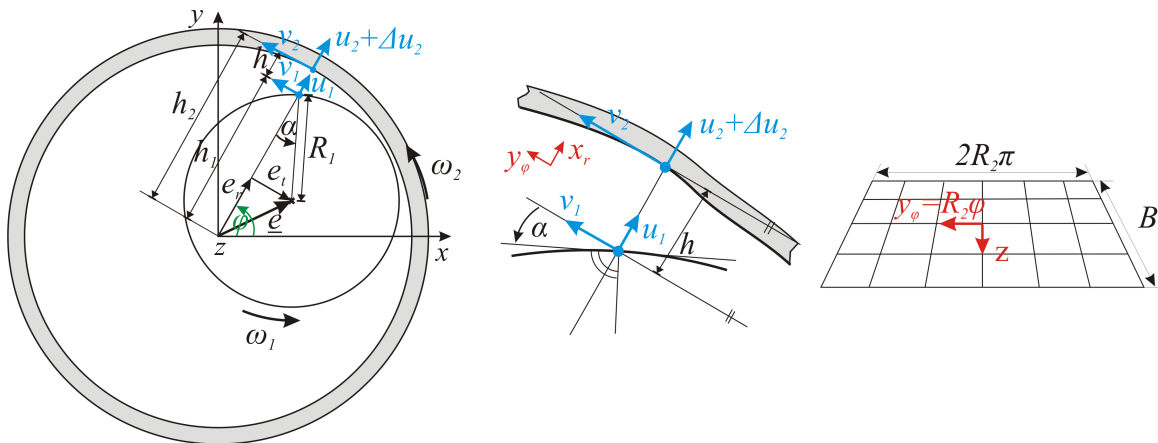


Abbildung 1: Lage- und Geschwindigkeitsgrößen im Schmier-spalt; abgewinkelte y_φ - z -Ebene (rechts)

3 Fluid-Struktur Kopplung

Dieser Abschnitt behandelt die theoretischen Grundlagen nach [2] und [6] für eine Kopplung von Druck und Verschiebung bei nicht konformen Netzen. Oft ist eine Berechnung des Drucks auf einem von der Struktur unab-

hängigem Netz von Vorteil, z. B. wenn die umliegende elastische Struktur nicht regelmäßig vernetzt ist. Außerdem können dadurch Diskretisierungsfehler jeweils einzeln dem Fluid, der Struktur und der Kopplung zugeordnet werden, und somit kann eine optimale Diskretisierung von Fluid und Struktur gefunden werden.

An der Schnittstelle Γ_I zwischen Fluid (Index f) und Struktur (Index s) sollen an jeder Stelle \underline{x} die Verschiebung und der Druck in Normalenrichtung übereinstimmen. Tangentiale Kräfte werden in diesem Beitrag nicht berücksichtigt. Die starke Form dieser Bedingung kann mit den Normalenvektoren \underline{n} folgendermaßen formuliert werden:

$$\underline{u}_f(\underline{x}) = \underline{u}_s(\underline{x}) \quad \text{auf } \Gamma_I \quad (14)$$

$$p_f(\underline{x})\underline{n}_f(\underline{x}) = p_s(\underline{x})\underline{n}_s(\underline{x}) \quad \text{auf } \Gamma_I \quad (15)$$

Nach einer Diskretisierung der Verschiebungen und Drücke mit Ansatzfunktionen $N(\underline{x})$ bzw. $D(\underline{x})$

$$\underline{u}_f(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{m_f} N_f^j(\underline{x})U_{f,j} \quad \text{und} \quad \underline{u}_s(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{m_s} N_s^i(\underline{x})U_{s,i} \quad (16)$$

$$\underline{p}_f(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{m_f} D_f^j(\underline{x})P_{f,j} \quad \text{und} \quad \underline{p}_s(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{m_s} D_s^i(\underline{x})P_{s,i} \quad (17)$$

kann die Kopplung der diskreten Verschiebungs- und Druckwerte \underline{U} bzw. \underline{P} mit Hilfe der Matrizen $\underline{\underline{H}}_{fs}$ und $\underline{\underline{H}}_{sf}$ ausgedrückt werden, auf deren Bestimmung weiter unten genauer eingegangen wird:

$$\underline{U}_f = \underline{\underline{H}}_{fs} \underline{U}_s \quad (18)$$

$$\underline{P}_s = \underline{\underline{H}}_{sf} \underline{P}_f \quad (19)$$

Die Kräfte auf dem Fluid- bzw. Strukturnetz berechnen sich aus den diskreten Druckwerten wie folgt:

$$\underline{E}_f = \underline{\underline{M}}_{ff} \underline{P}_f, \quad M_{ff}^{kj} = \int_{\Gamma_s} N_f^j(\underline{x})D_f^k(\underline{x})\underline{n}_f(\underline{x}) d\underline{x}, \quad k, j = 1 \dots m_f \quad (20)$$

$$\underline{E}_s = \underline{\underline{M}}_{ss} \underline{P}_s, \quad M_{ss}^{li} = \int_{\Gamma_s} N_s^i(\underline{x})D_s^l(\underline{x})\underline{n}_s(\underline{x}) d\underline{x}, \quad l, i = 1 \dots m_s \quad (21)$$

Die Kopplungsmatrix $\underline{\underline{H}}_{fs}$ in Gl. (18) sollte nach [2] auf alle Fälle konsistent sein. Konsistent heißt in diesem Fall, dass eine konstante Starrkörperbewegung der Lagerschale abgebildet werden kann. Die Bedingung dafür ist, dass die Zeilensumme von $\underline{\underline{H}}_{fs}$ gleich 1 ergibt. Drei Methoden zur Bestimmung von $\underline{\underline{H}}_{fs}$ werden weiter unten vorgestellt.

Die Bestimmung von $\underline{\underline{H}}_{sf}$ kann für nicht konforme Netze nun so erfolgen, dass die Kopplung entweder konservativ oder konsistent ist. Konsistent heißt wiederum, dass die Zeilensumme von $\underline{\underline{H}}_{sf}$ gleich 1 ergibt, wodurch ein konstanter Druck vom Fluidnetz auf das Strukturnetz übertragen werden kann. Für eine konservative Kopplung gilt als Bedingung der Erhalt der virtuellen Arbeit an der Schnittstelle, siehe [6] und [2]:

$$\delta W_f = \underline{F}_f^T \underline{U}_f \quad \doteq \quad \delta W_s = \underline{F}_s^T \underline{U}_s \quad \text{auf } \Gamma_I \quad (22)$$

Mit Gl. (18) bis (21) lässt sich für eine konservative Kopplung folgende Bestimmungsgleichung für $\underline{\underline{H}}_{sf}$ herleiten:

$$\underline{\underline{H}}_{sf} = \underline{\underline{M}}_{ss}^{-1} \underline{\underline{H}}_{fs}^T \underline{\underline{M}}_{ff} \quad (23)$$

Im Folgenden werden nun zur Bestimmung der Kopplungsmatrix $\underline{\underline{H}}_{fs}$ die drei Methoden „Nearest Neighbour“ (NN), „Nearest Neighbour Projected“ (NNProj) sowie „Weighted Residuum“ (WR) auf Basis von [2] vorgestellt. Die Kopplungsmatrix $\underline{\underline{H}}_{sf}$ für den Druck kann für den konsistenten Ansatz analog zu $\underline{\underline{H}}_{fs}$ und für den konservativen nach Gl. (23) bestimmt werden.

Nearest Neighbour (NN): Bei dieser Methode wird zu jedem Knoten des Fluidnetzes der nächste Knoten des Strukturnetzes gesucht. Dadurch ist $\underline{\underline{H}}_{fs}$ eine Boole'sche Matrix.

Nearest Neighbour Projected (NNProj): Hier wird jedem Fluidknoten der projizierte Strukturknoten in Normalenrichtung zugeordnet. D. h. es wird zwischen den umliegenden Strukturverschiebungen mit Hilfe der Ansatzfunktionen interpoliert. Gl. (14) wird somit an jedem Fluidknoten exakt erfüllt.

Weighted Residuum (WR): Bei dieser Methode werden die Kopplungsbedingungen in Gl. (14) und (15) mit Hilfe der Ansatzfunktionen $N_f^k(\underline{x})$ des Fluids gewichtet:

$$\int_{\Gamma_f} N_f^k(\underline{x}) \sum_{j=1}^{m_f} N_f^j(\underline{x}) U_{f,j} d\underline{x} = \int_{\Gamma_f} N_f^k(\underline{x}) \sum_{i=1}^{m_s} N_s^i(\underline{x}) U_{s,i} d\underline{x}, \quad k = 1 \dots m_f \quad (24)$$

$$\underline{\underline{C}}_{ff} \underline{U}_f = \underline{\underline{C}}_{fs} \underline{U}_s \quad (25)$$

Die Gewichtung mit den Ansatzfunktionen des Fluids ermöglicht die Konsistenz der Kopplungsmethode. Dafür ist es erforderlich, dass die Integration der rechten Seite auf der Schnittfläche $\Gamma_I = \Gamma_f$ des Fluids erfolgt [2]. Denn bei nicht glatten Oberflächen kann es aufgrund der unterschiedlichen Diskretisierung zu verschiedenen Flächen auf der Struktur und dem Fluid kommen. Zur Berechnung wird die Gauß-Quadraturformel verwendet. Aus Gl. (25) lässt sich $\underline{\underline{H}}_{fs} = \underline{\underline{C}}_{ff}^{-1} \underline{\underline{C}}_{fs}$ berechnen. Die Kopplung über gewichtete Residuen ist mit der Mortar-Methode vergleichbar.

4 Zeitintegration

Für das spätere Simulationsmodell des starren Rotors mit Unwucht werden die dynamischen Gleichungen

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}} \underline{q} = \underline{F}_s(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) + \underline{F}_U, \quad \text{mit} \quad \underline{q} = \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ \phi \\ \underline{q}_{el} \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{\underline{M}}_{el} \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{\underline{K}}_{el} \end{bmatrix} \quad (26)$$

zeitlich diskretisiert. Darin sind e_x, e_y und ϕ die Starrkörperfreiheitsgrade der Welle und \underline{q}_{el} die elastischen Freiheitsgrade der Schale. Als Integrationsverfahren wird das Newmark-Verfahren konstanter Zeitschrittweite verwendet [10]. Da die Fluidfilmhöhe kubisch in die Berechnung des Druckes eingeht – $\underline{F}_s(\underline{q}, \dot{\underline{q}})$ ist somit eine nichtlineare Kraft – wird zur besseren numerischen Stabilität die Erfüllung des Kräftegleichgewichtes im neuen Zeitschritt $n+1$ gefordert. Nach zeitlicher Diskretisierung mit dem Newmark-Verfahren ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}}_{n+1} + \underline{\underline{K}} \underline{q}_{n+1} = \underline{F}_s(\underline{q}_{n+1}, \dot{\underline{q}}_{n+1}) + \underline{F}_{ext,n+1} \quad (27)$$

$$\dot{\underline{q}}_{n+1} = \dot{\underline{q}}_n + (1 - \gamma) \ddot{\underline{q}}_n \Delta t + \gamma \ddot{\underline{q}}_{n+1} \quad (28)$$

$$\underline{q}_{n+1} = \underline{q}_n + \dot{\underline{q}}_n \Delta t + (1 - \beta) \ddot{\underline{q}}_n \Delta t^2 + \beta \ddot{\underline{q}}_{n+1} \Delta t^2 \quad (29)$$

Darin sind die β und γ Integrationsparameter, die zu $\beta = 1/4$ und $\gamma = 1/2$ gesetzt werden, sodass die Zeitintegration für lineare System für jede Schrittweite stabil und die Amplitude fehlerlos ist. Gl. (27) kann in (28) und (29) eingesetzt werden und es verbleibt das Lösen einer impliziten Gleichung für $(\underline{q}_{n+1}, \underline{\dot{q}}_{n+1})^T$, um das Kräftegleichgewicht im neuen Zeitschritt zu erfüllen:

$$(\underline{q}_{n+1}, \underline{\dot{q}}_{n+1})^T = \underline{g} \circ \underline{F}_s(\underline{q}_{n+1}, \underline{\dot{q}}_{n+1}) \quad (30)$$

Diese implizite Gleichung kann mit einem Newton-Raphson Verfahren gelöst werden. Dazu werden die Ableitungen $\frac{\partial \underline{F}_s}{\partial \underline{q}}$ und $\frac{\partial \underline{F}_s}{\partial \underline{\dot{q}}}$ für die Jakobimatrix benötigt. Sofern diese nicht in analytischer Form vorliegen, können diese durch finite Differenzen bestimmt werden. Da in dem Zustandsvektor $(\underline{q}, \underline{\dot{q}})^T$ aufgrund der FE-Diskretisierung an der Schnittstelle eine Vielzahl an Freiheitsgraden vorliegen, wird diese Bestimmung sehr zeitaufwendig. Als Alternative wird in [4] von DeGroot et al. ein Quasi-Newton Verfahren für die Fluid-Struktur Kopplung vorgeschlagen. Dieses basiert auf einer Least-Square Approximation der inversen Jacobi-Matrix. Dieser Algorithmus wird hier angewandt und mit dem Newton-Raphson Verfahren verglichen.

5 Simulationsbeispiele

In diesem Abschnitt werden die vorgestellten Simulationen an verschiedenen Modellen getestet. Zuerst wird in Abschnitt 5.1 ein starrer Rotor in einem elastischen Lagerblock mit Unwuchtkraft simuliert und Ergebnisse für die unterschiedlichen Kopplungsmethoden vorgestellt. An diesem Modell erfolgt auch ein Vergleich des Quasi-Newton-Verfahrens mit dem Newton-Raphson Verfahren. In Abschnitt 5.2 wird das elastohydrodynamische Gleitlagermodell für einen Schubkurbelmechanismus in der kommerziellen MKS-Software Simpack implementiert. Es werden charakteristische Verläufe bei unterschiedlichen Kopplungsmethoden gezeigt.

5.1 Rotormodell

Das hier untersuchte Simulationsmodell eines starren Rotors in elastischer Lagerschale ist in Abbildung 2 zu sehen. Der Einfluss einer elastischen Lagerschale auf einen starren Rotor wurde z. B. auch in [1] untersucht. Der Lagerblock wurde mit der Craig-Bampton Methode (Fixed Interface) in Ansys reduziert und in Matlab importiert. Das Interface ist strukturiert vernetzt; sowohl die Oberfläche der Struktur als auch der Schmierpalt sind mit biquadratischen Elementen mit 8 Knoten diskretisiert. Die Berechnung und Ankopplung des Drucks sowie die Zeitintegration finden in Matlab statt. Der starre Rotor dreht mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um die positive z-Achse. Es wirkt eine Unwuchtkraft von 2500 N. Weitere für die Rotordynamik typische Parameter des Simulationsmodell [1] sind in Tabelle 1 gelistet. Die absolute Simulationszeit für eine konforme Vernetzung mit 1030 Knoten (5x20) beträgt auf einem PC mit i3-3220 CPU (3,3 GHz, 8 GB RAM) unter Win7 ca. 40,3 Minuten.

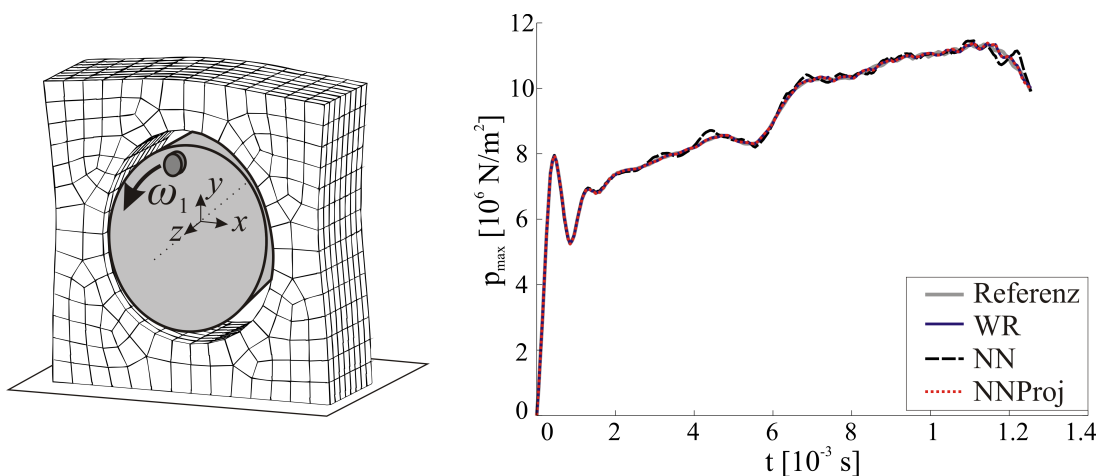


Abbildung 2: Simulationsmodell starrer Rotor in elastischer Lagerschale (links) und Verlauf des maximalen Druckes für konsistente Kopplung bei feinem Strukturnetz (8x32) und größerem Fluidnetz (6x25)

Tabelle 1: Simulationsparameter für Modell des starren Rotors in elastischer Lagerschale

Parameter	Wert	Parameter	Wert	Parameter	Wert
Drehzahl ω_1	500 rad/s	dyn. Viskosität η	0.001 kg/m s	Rotormasse m	1 kg
Lagerspiel $R_2 - R_1$	17.5 μm	Lagerbreite B	2.20 cm	Unwuchtkraft F_U	2.5 kN
Lagerradius R_2	2.25 cm	Zeitschrittweite Δt	5e-5 s	Tol _{rel} , Tol _{abs}	1e-8

Zunächst werden an dem Modell die verschiedenen Kopplungsmethoden NN, NNProj und WR jeweils in konservativer und konsistenter Ausführung bei nicht konformen Netzen verglichen. Als Vergleichsgröße wird der zeitliche Verlauf des maximalen Druckes im Schmierpalt über eine Periode T herangezogen und mit einer Referenzlösung $p_{max,ref}$ verglichen, welche in Abbildung 2 rechts zu sehen ist. Letztere wird auf einem konformen, sehr feinen Fluidnetz mit 8×32 Elementen (1105 Knoten) berechnet. Es wird ein Fehler ε_f auf dem Fluid- und ein Fehler ε_s auf dem Strukturnetz berechnet:

$$\varepsilon_f = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{|p_{max,f}(t) - p_{max,ref,f}(t)|}{p_{max,ref,f}(t)} dt \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_s = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{|p_{max,s}(t) - p_{max,ref,s}(t)|}{p_{max,ref,s}(t)} dt \quad (31)$$

Abbildung 3 zeigt für verschiedene Fluidnetze bei einem festen Strukturnetz mit 8×32 Elementen den zeitlich gemittelten Fehler auf dem Fluidnetz (links) bzw. auf dem Strukturnetz (rechts). Die graue Linie zeigt jeweils den Fehler bei konformen Netzen.

Im linken Diagramm wird ersichtlich, dass die konsistenten Methoden NNProj und WR sowie die konservative WR-Methode für den Druck ein ähnliches Konvergenzverhalten wie bei konformen Netzen zeigen. D. h. der Kopplungsfehler, der beim Übertragen der Verschiebungen auf das Fluidnetz gemacht wird, ist für diese Methoden gering und die Konvergenz des Druckes hängt von der Feinheit des Fluidnetzes ab. Wird in Abbildung 3 rechts der Fehler für den Druck, der auf dem Strukturnetz ankommt, betrachtet, so wird ersichtlich, dass die konsistenten Methoden NNProj und WR einen vergleichbaren Fehler wie bei konformen Netzen aufweisen. Der Kopplungsfehler, der beim Übertragen des Druckes auf das Fluidnetz gemacht wird, spielt auch hier eine untergeordnete Rolle. Anders ist es für die konservative WR Methode: Der Druck weicht von der Referenzlösung stärker ab. Dies liegt daran, dass bei den konservativen Methoden zwar die Energie erhalten bleibt, jedoch der Druck möglicherweise nicht mehr konsistent auf die Struktur übertragen wird. Dies führt zu Instabilitäten und äußert sich in einem oszillierenden Druckverlauf auf der Struktur.

Die konsistente Methode NN konvergiert erst bei einem feinem Fluidnetz, vorher kommt es zu einem Simulationsabbruch. Grund dafür ist, dass bei grobem Fluidnetz der Kopplungsfehler noch zu groß ist. Die konservativen Methoden NN und NNProj zeigten für diese Simulation sehr große inakzeptable Fehler.

Abbildung 4 zeigt für verschiedene Fluidnetze bei einem größeren Strukturnetz mit 5×20 Elementen den zeit-

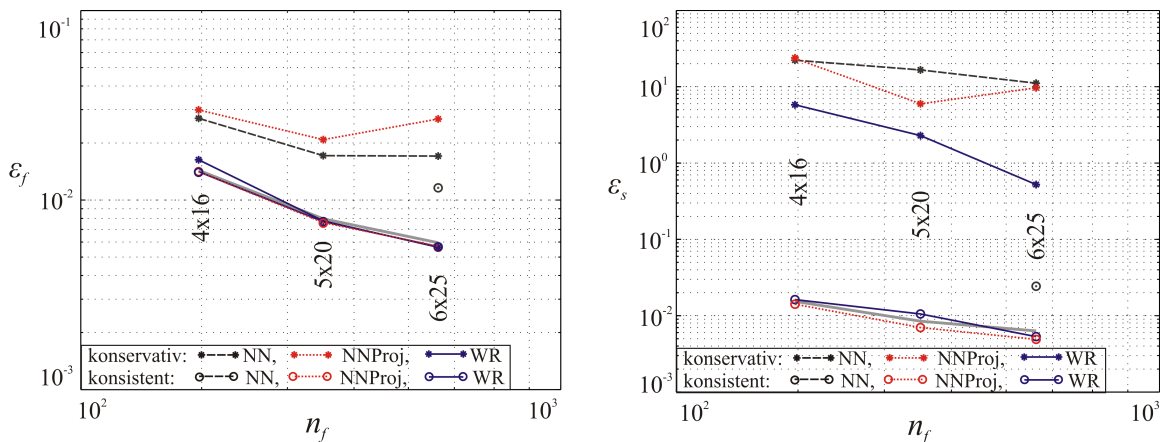


Abbildung 3: Zeitlich gemittelter Fehler für verschiedene Kopplungsmethoden auf Fluidnetz (links) und Strukturnetz (rechts), bei festem Strukturnetz (8×32)

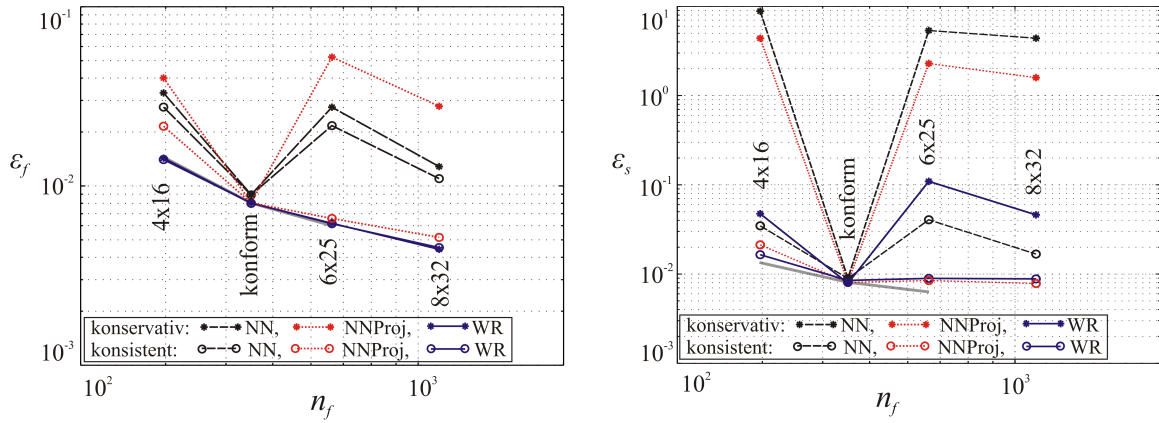


Abbildung 4: Zeitlich gemittelter Fehler für verschiedene Kopplungsmethoden auf Fluidnetz (links) und Strukturnetz (rechts), bei festem Strukturnetz (5×20)

lich gemittelten Fehler auf dem Fluidnetz (links) bzw. auf dem Strukturnetz (rechts). Die graue Linie zeigt wiederum jeweils den Fehler bei konformen Netzen.

Die konsistenten Methoden NNProj und WR sowie die konservative WR-Methode zeigen auf dem Fluidnetz wieder ein ähnliches Konvergenzverhalten wie die Simulationen bei konformen Netzen. Wird für die konsistenten Methoden WR und NNProj das Fluidnetz feiner als das Strukturnetz gewählt, reduziert sich der Fehler auf dem Strukturnetz nicht weiter (Abbildung 4 rechts). Der Kopplungsfehler kann folglich nur weiter verkleinert werden, wenn auch das Strukturnetz verfeinert wird.

Bei der konsistenten Methode NN spielt wieder der Kopplungsfehler eine entscheidende Rolle, weshalb die Fehler für den Druck auf dem Fluid- und Strukturnetz größer sind.

Die konservativen Methoden NN und NNProj zeigen wiederum sehr hohe, inakzeptable Fehler.

An diesem Simulationsmodell soll nun das Quasi-Newton Verfahren mit einem herkömmlichen Newton-Raphson Verfahren verglichen werden. Vorteil des Newton Raphson Verfahrens gegenüber dem Quasi-Newton Verfahren ist die quadratische Konvergenz. Abbildung 5 zeigt dazu für die beiden Verfahren die Anzahl der Iterationen pro Zeitschritt bei starrer Lagerschale. Dadurch reduziert sich das Modell auf drei Starrkörperfreiheitsgrade. Beim Newton-Raphson Verfahren wird die Jakobimatrix über eine zentrale Differenz ausgewertet. In Summe braucht das Newton-Raphson Verfahren 926 Iterationen (Durchschnitt 3,66), das Quasi-Newton Verfahren 1023 (Durchschnitt 4,08). Pro Iteration wird beim Newton-Raphson Verfahren sieben Mal der Kraftvektor ausgewertet, beim Quasi-Newton Verfahren nur ein Mal. Da das Auswerten des Kraftvektors den Hauptanteil der Simulationszeit beansprucht, ist die Simulationsdauer mit dem Newton-Raphson Verfahren ca. 6,3 Mal langsamer. Werden die elastischen Freiheitsgrade mit hinzugenommen steigt der Simulationsaufwand mit dem Newton-Raphson Verfahren quadratisch mit der Anzahl an Freiheitsgraden dof , da pro Iteration der Kraftvektor $dof + 1$ Mal ausgewertet werden muss.

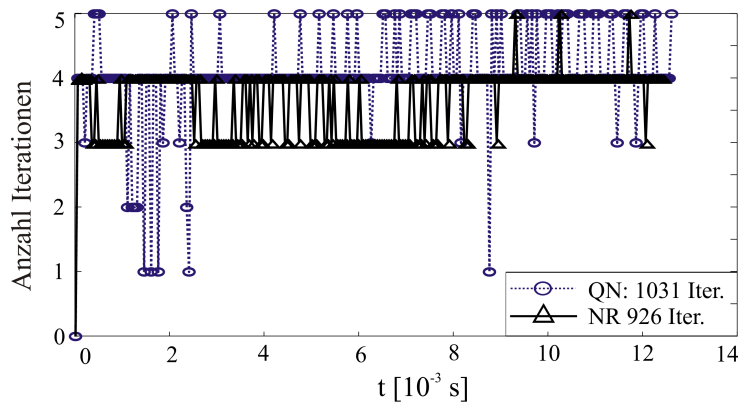


Abbildung 5: Anzahl Iterationen für Quasi-Newton (QN) und Newton Raphson (NR) Verfahren für das Rotormodell mit starrer Lagerschale bei einer Umdrehung und konformen Netzen (5×20)

5.2 Schubkurbel

Das in den vorherigen Abschnitten beschriebene Gleitlagermodell ist in der kommerziellen MKS-Software Simpack als Kraftelement implementiert und an einer Schubkurbel mit elastischem Pleuel getestet, siehe Abbildung 6 links. Ein vergleichbares Simulationsmodell ist in [3] zu finden. Zur Erfassung der Elastizität für die Druckberechnung sind auf der Lagerschaleninnenseite 900 Marker angebracht. Die Druckberechnung wird auf einem Fluidnetz mit 50x15 Dreieckselementen mit linearen Ansatzfunktionen durchgeführt. Als Kopplungsmethoden werden die konsistenten Methoden NN und NNProj gegenübergestellt. Es wird ein stationärer Betrieb bei 8000 U/min ohne äußere Belastung simuliert. Weitere Simulationsparameter und Abmessungen des Modells sind in Tabelle 2 gelistet.

Tabelle 2: Simulationsparameter für Schubkurbelmodell

Parameter	Wert	Parameter	Wert	Parameter	Wert
Drehzahl ω_1	837.76 rad/s	Lagerbreite B	2.20 cm	Länge Pleuel l_3	14 cm
Lagerspiel $R_2 - R_1$	17.5 μm	dyn. Viskosität η	0.001 kg/m s	Masse Pleuel m_3	0.53 kg
Lagerradius R_2	2.25 cm	Länge Kurbel l_2	4 cm	Masse Stößel m_4	0.5 kg

In Abbildung 6 rechts ist der Verlauf des maximalen Druckes im Schmierspalt über zwei Umdrehungen für die konsistenten Kopplungsmethoden NN und NNProj dargestellt. Analog ist in Abbildung 7 links die minimale Schmierspalthöhe zu sehen. Beruhend auf den Erkenntnissen aus Abbildung 3 sollte der numerische Fehler für die Methode NN bei gleichem Fluidnetz und feinem Strukturnetz größer sein. Der teilweise leicht oszillierende Verlauf des minimalen Schmierspalt bestätigt die Aussage, dass die Methode NNProj bessere Ergebnisse liefert. Der Verlauf des Orbits des Zapfens im Pleuellager in Abbildung 7 rechts zeigt, dass für das globale Verhalten mit beiden Methoden das gleiche Ergebnis erhalten wird.

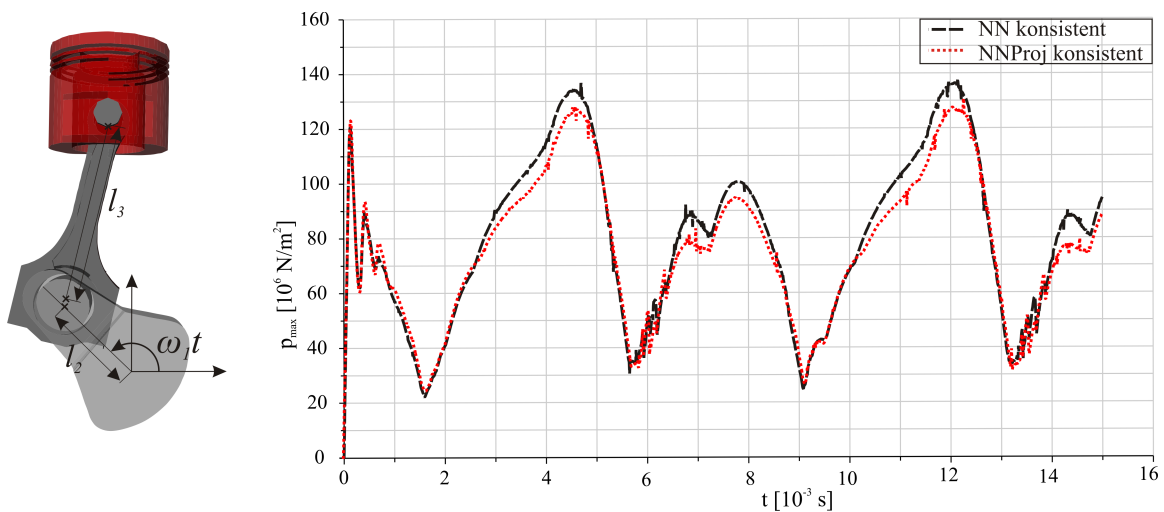


Abbildung 6: Simulationsmodell der Schubkurbel (links) und maximaler Druck im Schmierspalt der Schubkurbel (rechts) bei zwei Umläufen

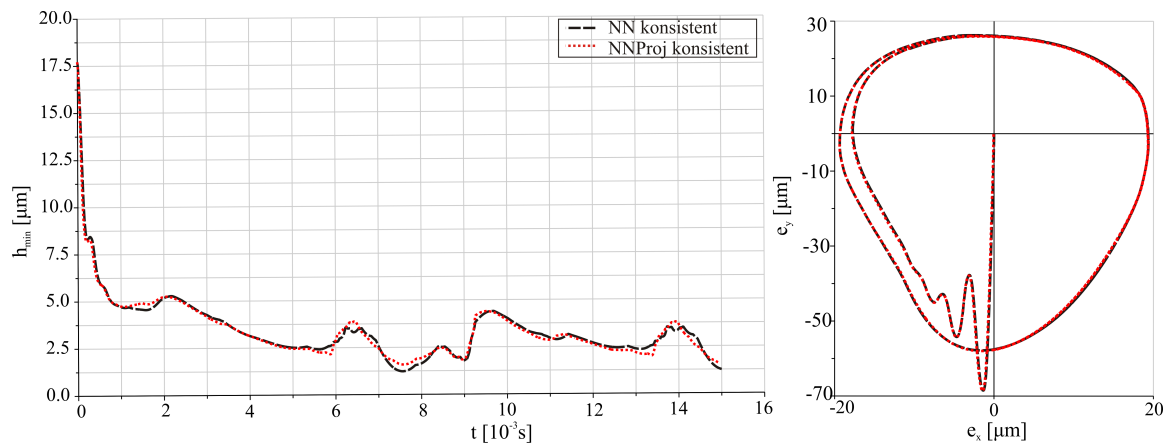


Abbildung 7: Minimale Höhe im Schmierpalt (links) und Orbit des Zapfens im Pleuellager (rechts) bei zwei Umläufen

6 Zusammenfassung und Bewertung

In diesem Beitrag wird ein isothermales EHD-Gleitlagermodell vorgestellt und an zwei Simulationsmodellen getestet. Es werden verschiedene Kopplungsmethoden bei nicht konformem Fluid- und Strukturnetz untersucht. Es zeigt sich, dass für die EHD-Simulation eine konsistente Druckkopplung erforderlich ist. Besonders die konsistenten Methoden „Nearest Neighbour Projected“ und die Kopplung über gewichtete Residuen erweisen sich als am geeignetsten. Bei sehr feinem Strukturnetz hängt bei diesen Methoden der Fehler nur vom Diskretisierungsfehler auf dem Fluidnetz ab. Bei einem groben Struktur- und feinem Fluidnetz ist der Fehler auf der Struktur dominant. Für die Zeitintegration wird ein Newmark-Verfahren mit einem Quasi-Newton Verfahren verwendet und deren Funktionalität an einem Beispiel gezeigt. Im Vergleich zu einem Newton-Raphson Verfahren, bei dem die Jakobi-Matrix über eine finite Differenz berechnet wird, sinkt der Simulationsaufwand bei gleicher Genauigkeit erheblich.

Literatur

- [1] Baum, C., Boyaci A., Seemann, W. (2013): Modellierung und Analyse von kurzen Gleitlagern mit linear-elastischen Lagerwänden. *Konferenzbeitrag SIRM 2013*. Berlin.
- [2] de Boer, A., van Zuijlen, A. H., Bijl, H. (2007): Review of coupling methods for non-matching meshes. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **196**(8), pp. 1515–1525.
- [3] Daniel, C., Strackeljan, J., Woschke E. (2009): Modellierung von Gleitlagern in rotordynamischen Modellen. *Konferenzbeitrag SIRM 2009*. Wien, Paper-ID 33.
- [4] DeGroot, J., Bathe, K.-J., Vierendeels, J. (2009): Performance of a new partitioned procedure versus a monolithic procedure in fluid-structure interaction. *Computer & Structure*, **87**(11–12), pp. 793–801.
- [5] Eling, R., van Ostayen, R., Rixen, D. J. (2014): Development of multilobe floating ring bearings for automotive turbochargers. *IFTToMM ICORD 2014 - 9th International Conference on Rotor Dynamics*. Mailand.
- [6] Farhat, C., Lesoinne, M., LeTallec, P. (1998): Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **157**(1–2), pp. 95–114.
- [7] Goenka, P. K. (1984): Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis. *Journal of Tribology*, **106**(4), pp. 429-437.
- [8] Hamrock, B. J. (1994): *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. McGraw-Hill, New York.
- [9] Knoll, G., Backhaus, K., Lang, J., Wilhelm, K. (2004): Berechnung von Motorengleitlagern unter Berücksichtigung der Deformation. <http://www.ist-aachen.com/tower1.pdf>, 25. April 2013.
- [10] Newmark, N. M. (1959): A method of computation for structural dynamics. *Proceedings of ASCE, Journal of Engrg. Mech.*, **85**(3), pp. 67-94.
- [11] Schönen, R. (2001): *Strukturdynamische Mehrkörpersimulation des Verbrennungsmotors mit elastohydrodynamischer Grundlagerkopplung*. Dissertation, Kassel university press GmbH, Kassel.